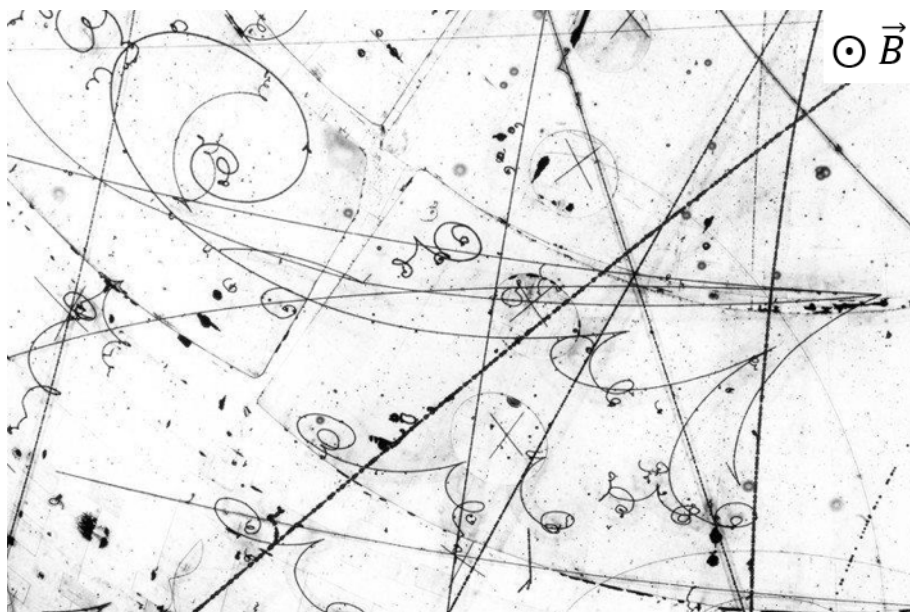


Exercice n°1 • Chambre à bulles



Pour visualiser les trajectoires des particules chargées, les premiers détecteurs étaient des « chambres à bulles » dans lesquelles le passage des particules (électrons, neutrons, protons etc...) déclenchait la vaporisation du liquide métastable. La formation de traînées de bulles matérialisaient donc la trajectoire des particules.

La figure ci-dessous représente un cliché typique des traces observées lors d'une collision à haute énergie de particules au CERN. Dans les chambres à bulles, il règne un champ magnétique uniforme dirigé vers vous.



Sur ce cliché, il existe trois types de trajectoires : spirale parcourue dans le sens horaire, spirale parcourue dans le sens trigonométrique et ligne droite.

- 1) Pourquoi observe-t-on des spirales et non des cercles ? En déduire si les spirales sont parcourues de l'intérieur vers l'extérieur ou de l'extérieur vers l'intérieur.
- 2) Déterminer le signe de la charge des particules responsables des trois trajectoires ci-dessus.
- 3) Comment différencier deux particules de charge de même signe ?

Exercice n°2 • Microscope électronique



Dans le canon d'un microscope électronique, un faisceau d'électrons est extrait d'une cathode et accéléré vers une anode grâce à une tension $U = 500 \text{ V}$. La charge de l'électron est $-e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, sa masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

1) Un électron est extrait de la cathode sans vitesse initiale. Déterminer sa vitesse au niveau de l'anode.

En mécanique quantique, il est possible d'associer une longueur d'onde à chaque particule :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} \quad \text{avec : } h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

où h est la constante de Planck et p la quantité de mouvement.

2) Déterminer la longueur d'onde λ_{DB} des électrons ainsi accélérés.

3) La comparer aux longueurs d'onde du domaine optique. Conclure sur l'avantage principal d'un microscope électronique en comparaison à un microscope optique.

Exercice n°3 • Sélecteur de vitesse



Une particule de masse m et charge q pénètre avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$, dans une zone où existent un champ électrique $\vec{E} = E_0 \vec{u}_y$ et un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$ uniformes et stationnaire.

- 1) À quelle condition le vecteur vitesse de la particule reste-t-il inchangé ?
- 2) Expliquer comment ce dispositif peut être adapté en sélecteur de vitesse.

Exercice n°4 • Cyclotron

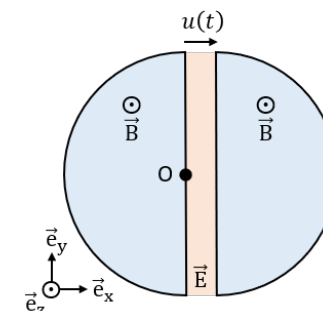


Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$, appelées dees en anglais (prononcer « dé » en français), dans lesquelles règnent un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B \vec{u}_z$, avec $B = 1 \text{ T}$.

Entre ces deux dés, une bande étroite de largeur d est plongée dans un champ électrique alternatif créée par la tension $u(t) = U_m \cos(\omega t)$, avec $U_m = 2,5 \text{ kV}$.

Données :

- masse du proton $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- charge du proton $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- conversion $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



On s'intéresse à l'accélération d'un proton dans le cyclotron.

Mouvement dans un dé

- 1) Justifier que le mouvement dans les dés est uniforme.
- 2) Quelle est la nature de la trajectoire dans les dés ?
- 3) Exprimer le rayon de la trajectoire dans un dé en fonction de la vitesse v de la particule à l'entrée du dé.
- 4) Exprimer le temps mis pour parcourir un demi-tour dans un dé. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ? Calculer la valeur numérique.

Mouvement dans la zone centrale

- 5) En déduire la fréquence f_c de la tension à appliquer entre les dés pour que le champ $\vec{E}$ accélère au mieux les protons (on considère que le temps de passage entre les deux dés est négligeable devant les autres temps). La calculer. Cette fréquence est appelée fréquence cyclotron.
- 6) Exprimer, puis calculer numériquement (en électron-volts puis en Joule) l'augmentation d'énergie cinétique d'un proton à chaque accélération.

Accélération par le cyclotron

La vitesse d'injection du proton en O est quasi nulle, on désire que sa vitesse atteigne $v_f = 25 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- 7) Calculer le nombre de tours que doit faire le proton dans le cyclotron ainsi que le temps nécessaire à cette opération.
- 8) Quel est le rayon du dernier arc de cercle parcouru par les protons lorsqu'ils ont atteint cette vitesse ? Commenter la valeur obtenue.

Remarque : ces cyclotrons sont utilisés dans les hôpitaux pour créer des isotopes radioactifs à usage médical de faible temps de demi-vie.

Exercice n°5 • Action de deux champs magnétiques successifs ★★★

Dans cet exercice, on admet tous les résultats de cours sur la trajectoire dans un champ magnétique : trajectoire circulaire uniforme dans un plan orthogonal au champ magnétique de rayon $R = mv_0/qB_0$.

Dans le demi-espace $x > 0$, règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}_1 = B_0 \vec{u}_z$ (avec $B_0 > 0$) et dans le demi-espace $x < 0$, règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}_2 = -B_0 \vec{u}_z$.

Une particule de masse m de charge $q > 0$ est placée au point origine O du référentiel d'étude supposé galiléen, à $t = 0$ avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ (avec $v_0 > 0$).

- 1) Décrire et dessiner la trajectoire de la particule.

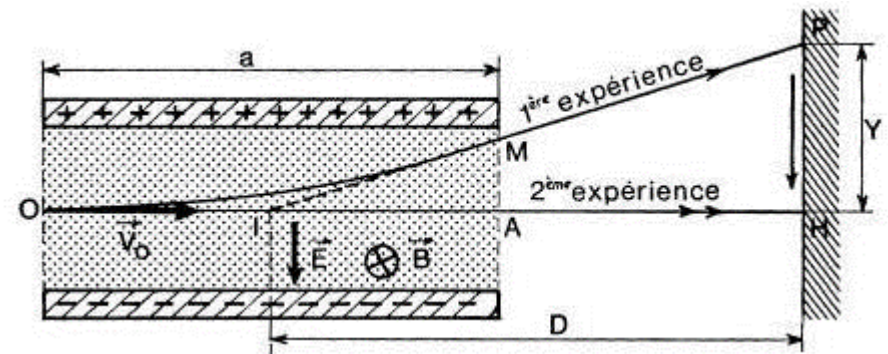
- 2) Quelle est la vitesse moyenne de la particule, appelée vitesse de dérive ?

- 3) Reprendre les questions précédentes avec dans le demi-espace $x < 0$ un champ magnétique uniforme $\vec{B}_2 = \frac{B_0}{2} \vec{u}_z$.

Exercice n°6 • Expérience de J. J. Thomson (1897) ★★★

À la fin du XIX^{ème} siècle, J.J. Thomson mène une série d'expériences qui le conduisent à mettre en évidence l'existence de l'électron et à déterminer le rapport e/m . C'est une avancée décisive dans la connaissance de la matière (prix Nobel en 1906).

Il réalise la déviation d'un faisceau d'électrons (de vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ et de norme v_0 inconnue) à l'aide d'un champ électrique $\vec{E}$ uniforme et stationnaire, et mesure la déviation Y de la tâche sur l'écran. Il établit alors, dans la région où règne le champ $\vec{E} = -E \vec{u}_y$, un champ magnétique $\vec{B} = -B \vec{u}_z$, uniforme et stationnaire, perpendiculaire à $\vec{E}$. Il règle la valeur de B de manière à ce que la tâche soit ramenée en H (voir figure).



On se place, pour commencer, dans le cas où $\vec{B} = \vec{0}$.

- 1) Quelle est la nature de la trajectoire lorsque $0 \leq x \leq a$? Et lorsque $x \geq a$? Déterminer l'ordonnée du point M en fonction de e , E , m , a et v_0 .
- 2) Notons I l'intersection entre le prolongement de la trajectoire (MP) et l'axe des abscisses. Montrer que I est le milieu de $[OA]$, puis déterminer la valeur de Y en fonction de e , E , m , a , D et v_0 .
- 3) Dans la deuxième expérience ($\vec{B} \neq \vec{0}$), déterminer l'expression de v_0 en fonction de E et B .
- 4) En déduire comment Thomson a pu déterminer le rapport e/m .
- 5) Quel paramètre peut-on simplement modifier pour augmenter la précision de la mesure ?

Exercice n°7 • Trajectoire dans une chambre à bulles



La résolution de l'équation différentielle d'une particule dans un champ $\vec{B}$ est hors programme depuis 2013... La technique présentée dans cet exercice n'est donc pas à connaître, mais elle n'en reste pas moins un très bon exercice de calcul.

Pour étudier les particules émises par une réaction nucléaire, on observe leur trajectoire dans une chambre à bulle. Le référentiel est galiléen. La chambre, dans laquelle règne un champ magnétostatique constant, contient un liquide saturant qui se vaporise au passage des particules et permet d'en visualiser la trajectoire. Le liquide exerce sur les particules une force de frottement fluide linéaire : $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$. Le mouvement d'une particule de charge q et de masse m est étudié dans un repère cartésien dont l'origine O coïncide avec la position initiale de la particule. Le champ magnétostatique et vecteur vitesse initiale sont dirigés comme suit :

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \vec{u}_x + v_{0z} \vec{u}_z \quad \text{et} \quad \vec{B} = B_0 \vec{u}_z$$

On posera : $\omega_c = \frac{qB}{m}$ et $\tau = \frac{m}{\alpha}$.

- 1) Établir les équations du mouvement de la charge.
- 2) On pose $\underline{u}(t) = x(t) + i y(t)$ avec $i^2 = -1$. Donner l'équation différentielle vérifiée par $\underline{u}(t)$.
- 3) Résoudre cette équation. En déduire les expressions de $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$.
- 4) Déterminer la position finale de la particule et représenter la trajectoire.

Exercice n°8 • Trajectoire dans un champ électromagnétique



L'étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ $\vec{E}$ et un champ $\vec{B}$ simultanément est hors programme. Cela n'a pas empêché le concours Centre Supélec d'en faire un sujet pour la filière PC en 2018...

L'atmosphère terrestre comporte de nombreuses particules chargées. Certaines d'entre elles parviennent à haute énergie dans la haute atmosphère avant d'être guidées par le champ magnétique terrestre. Leur freinage à l'arrivée s'accompagne de phénomènes optiques spectaculaires, observables près des pôles magnétiques terrestres vers lesquelles ces particules sont guidées.

D'autres particules chargées, moins énergétiques, dues à l'ionisation partielle des gaz de la haute atmosphère, influencent la propagation des ondes qui sont guidées entre la surface des océans et la haute ionosphère. C'est en particulier le cas des siffleurs

ionosphériques, ondes radio fortement dispersées, générées par des sources naturelles, qui interagissent aisément avec les récepteurs radio en produisant un bruit caractéristique de sifflement, d'où leur nom. Ils ont été observés durant la première guerre mondiale puis clairement identifiés dès 1919.

Particule chargée en mouvement dans un champ magnétique

On étudie d'abord le mouvement d'une particule de charge q et de masse m sous la seule influence d'un champ magnétostatique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. La vitesse initiale de la particule est $\vec{v}_0 = v_{\perp} \vec{e}_x + v_{\parallel} \vec{e}_z$.

- 1) Établir les équations différentielles vérifiées par les composantes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$ de la vitesse $\vec{v}(t)$ de la particule. Que peut-on dire de $v_z(t)$ et de $v^2(t)$?

On s'intéresse seulement au mouvement projeté dans un plan perpendiculaire à $\vec{B}_0$. La vitesse associée est notée $\vec{w}(t)$.

- 2) Déterminer l'équation vérifiée par $\vec{w}(t)$.

- 3) Montrer que le mouvement de la particule chargée ainsi projeté est circulaire, de rayon ρ_c à déterminer, et parcouru à vitesse angulaire constante Ω_c (grandeur algébrique) à déterminer.

- 4) Rappeler l'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre (par exemple en France) et calculer Ω_c respectivement pour des électrons et pour des protons.

Particule chargée en mouvement dans des champs électrique et magnétique croisés

On étudie maintenant le mouvement de la particule de charge q et de masse m sous l'influence d'un champ magnétostatique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ et d'un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_1 = E_1 \vec{e}_x$. La vitesse initiale de la particule est $\vec{v}_0 = \vec{v}_{\perp}$ où $\vec{v}_{\perp}$ est un vecteur orthogonal à $\vec{e}_z$.

- 5) Établir les équations différentielles vérifiées par les composantes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$ de la vitesse $\vec{v}(t)$ de la particule.

- 6) Montrer qu'il en existe une seule solution constante dans le plan (Oxy) perpendiculaire à $\vec{B}_0$, appelée vitesse de dérive $\vec{v}_d$ (donc, par définition $\vec{v}_d \perp \vec{e}_z$) et exprimer $\vec{v}_d$ en fonction de E_1 et de B_0 .

On pose : $\vec{u} = \vec{v} - \vec{v}_d$

- 7) Quelles sont les équations différentielles vérifiées par $\vec{u}(t)$? En déduire la trajectoire de la particule chargée.

Éléments de correction

- 1) Frottements fluides. 2) Ligne droite : non chargée. Sens trigonométrique :

charge $q < 0$. Sens horaire : $q > 0$. 3) R dépend de m et de $|q|$. **2** 1) $v =$

$$\sqrt{\frac{2eU}{m}}. 2) \lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2emU}} = 54 \text{ pm}. 3) \text{ Permet d'imager des objets 10 000 fois}$$

plus petit. **3** 1) $v_0 = \frac{E_0}{B_0}$. 2) Mettre un masque en sortie. **4** 1) $\vec{F} \perp \vec{v}$. 2)

Circulaire uniforme. 3) $R = \frac{mv}{eB}$. 4) $T_{1/2} = \frac{\pi m}{eB} = 32,7 \text{ ns}$. 5) $f_c = \frac{eB}{2\pi m} =$
 $15,3 \text{ MHz}$. 6) $\Delta \mathcal{E}_c = eU_m = 2,5 \text{ keV} = 4,0 \cdot 10^{-16} \text{ J}$. 7) $N = 650 \text{ tours}$. 8) $R_f =$
 26 cm . **5** 2) $\langle \vec{v} \rangle = -\frac{2v_0}{\pi} \vec{u}_y$. 3) $\langle \vec{v} \rangle = -\frac{2v_0}{3\pi} \vec{u}_y$ **6** 1) Parabole. Rectiligne.

$$y_M = \frac{eEa^2}{2mv_0^2}. 2) Y = \frac{eEaD}{mv_0^2}. 3) v_0 = \frac{E}{B}. 4) \frac{e}{m} = q \frac{YE}{aDB^2}. 5) \text{ Augmenter } D. \text{ **7** }$$

$$1) \ddot{x} = \omega_c \dot{y} - \frac{\dot{x}}{\tau}, \ddot{y} = -\omega_c \dot{x} - \frac{\dot{y}}{\tau} \text{ et } \ddot{z} = -\frac{\dot{z}}{\tau}. 2) \frac{d\dot{u}}{dt} + \left(\frac{1}{\tau} + i\omega_c \right) \dot{u} = 0. 3)$$

$$x(t) = \frac{v_{0x}}{1/\tau^2 + \omega_c^2} \left[\frac{1}{\tau} + e^{-t/\tau} \left(-\frac{1}{\tau} \cos(\omega_c t) + \omega_c \sin(\omega_c t) \right) \right], y(t) =$$

$$\frac{v_{0x}}{1/\tau^2 + \omega_c^2} \left[-\omega_c + e^{-t/\tau} \left(\omega_c \cos(\omega_c t) + \frac{1}{\tau} \sin(\omega_c t) \right) \right] \text{ et } z(t) =$$

$$\frac{v_{0z}}{\tau} (1 - e^{-t/\tau}). 4) \text{ Sur un cône de sommet : } x_\infty = \frac{v_{0x}/\tau}{1/\tau^2 + \omega_c^2}, y_\infty = \frac{-\omega_c v_{0x}}{1/\tau^2 + \omega_c^2}$$

$$\text{et } z_\infty = v_{0z}/\tau. \text{ **8** 1) } \dot{v}_x - \frac{qB_0}{m} v_y = 0, \dot{v}_y + \frac{qB_0}{m} v_x = 0 \text{ et } \dot{v}_z = 0. \text{ Ainsi, } \dot{v}_z =$$

$$cte = v_{||} \text{ et } \vec{v}^2 = cte = v_\perp^2 + v_{||}^2. 2) \dot{w}_x - \frac{qB_0}{m} w_y = 0 \text{ et } \dot{w}_y + \frac{qB_0}{m} w_x = 0. 3)$$

$$\rho_c = \frac{v_\perp}{\Omega_c} \text{ et } \Omega_c = \frac{qB_0}{m}. 4) \text{ Électron : } \Omega_c = 10^6 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}. \text{ Proton : } \Omega_c = 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}.$$

$$5) \dot{v}_x - \frac{qB_0}{m} v_y = \frac{qE_1}{m}, \dot{v}_y + \frac{qB_0}{m} v_x = 0 \text{ et } \dot{v}_z = 0. 6) \vec{v}_d = -\frac{qE_1}{m\Omega_c} \vec{e}_y = -\frac{E_1}{B_0} \vec{e}_y.$$

$$7) \dot{u}_x - \Omega_c u_y = 0, \dot{u}_y + \Omega_c u_x = 0 \text{ et } \dot{u}_z = 0.$$